



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

“LAS TAREAS DE DEMOSTRACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA”

AUTORÍA FRANCISCO JAVIER GUERRERO JOSÉ
TEMÁTICA GEOMETRÍA
ETAPA EDUCACIÓN PRIMARIA

Resumen

En este artículo voy a tratar de reflejar la importancia que tienen las tareas de demostración en el aprendizaje geométrico. Mediante estas tareas se pueden potenciar diferentes habilidades, todas ellas necesarias para que se produzca dicho aprendizaje. En el presente artículo, y a modo de ejemplo, me centraré en proponer actividades que desarrollen las habilidades visuales en el alumnado de primaria.

Palabras clave

Actividades

Demostración

Habilidades

Geometría

Alumnado

Capacidad

1. LAS TAREAS DE DEMOSTRACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Las actividades de demostración tienden a desarrollar en los alumnos la capacidad para elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de un problema que después tendrán que explicar, probar o demostrar a partir de argumentos que puedan convencer a otros de su veracidad. Es en este tipo de



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

actividades donde puede apreciarse la socialización del conocimiento geométrico, ya que desde el enfoque de resolución de problemas se concibe al conocimiento como una construcción social.

Las tareas de demostración son esenciales en Geometría y deben estar presentes en la interacción del aula escolar; la construcción de argumentos lógicos es una habilidad que forma parte esencial de la cultura geométrica y es deseable que todos los alumnos la desarrollen.

En el ámbito escolar se pueden considerar tres tipos de demostraciones: la explicación, la prueba y la demostración propiamente dicha. Se entiende por explicación un discurso que trata de hacer inteligible el carácter de verdad de una proposición o de un resultado. Las razones expuestas pueden ser discutidas, refutadas o aceptadas. Un ejemplo escolar es cuando se pide a los estudiantes que expliquen la manera en que llegaron al resultado de un problema para que convencan a sus compañeros de que dicho resultado es correcto.

Una prueba es una explicación aceptada por una comunidad dada en un momento determinado, puede ser objeto de un debate cuya significación es determinar un sistema de validación común entre los que intervienen en la discusión de la prueba. Generalmente, cuando se trabajan las demostraciones en el aula escolar lo que realmente se hace es probar que ciertos enunciados son verdaderos; no se consideran demostraciones rigurosas porque no forman parte de un sistema axiomático que parte de definiciones y axiomas¹⁰ sino que corresponden a pruebas aisladas de ciertos enunciados. Por ejemplo, cuando se prueba que:

- ❖ Los ángulos opuestos por el vértice son iguales
- ❖ La suma de los ángulos de un triángulo es 180°
- ❖ Un ángulo inscrito mide la mitad del central que abarca el mismo arco.

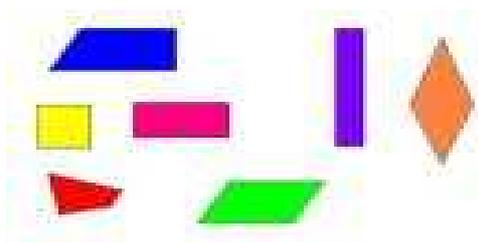
En una comunidad matemática sólo se pueden aceptar como pruebas las explicaciones que toman una forma particular. Una demostración¹¹ matemática se organiza mediante una secuencia de enunciados reconocidos como verdaderos o que se pueden deducir de otros, con base en un conjunto de reglas bien definido. En la Educación Básica, tal y como están actualmente estructurados los programas de Geometría, no se llega a demostraciones rigurosas, sólo a explicaciones y pruebas. Se espera que los estudiantes de Educación Básica desarrollen habilidades que les permitan explicar y probar por medio de argumentos convincentes; en secundaria es probable que hagan pruebas usando deducciones sencillas.

Las tareas de demostración constituyen una práctica habitual entre los matemáticos, no obstante, los alumnos no siempre ven la necesidad de probar o demostrar algo que para ellos resulta evidente. Por



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

ejemplo, una propiedad de los paralelogramos (cuadriláteros que tienen dos pares de lados paralelos) es que sus ángulos opuestos son iguales. Si los alumnos observan varios paralelogramos notarán que, efectivamente, sus ángulos opuestos miden lo mismo.



Los estudiantes no sienten la necesidad de probar o demostrar que los ángulos internos son iguales, como lo ven en estos ejemplos. Pensar matemáticamente implica ir más allá de lo que se ve, requiere pensar que no basta con ver porque los sentidos engañan; pero, además, tampoco basta con ver unos cuantos ejemplos, tendríamos que probar que esos ángulos son iguales para todos los paralelogramos, de diferentes formas y tamaños, y esto es imposible ver porque existe una infinidad de paralelogramos y no se pueden trazar todos. Una prueba o una demostración matemática es una poderosa herramienta que permite comprobar que algo es verdadero para todos los casos.

2. HABILIDADES A POTENCIAR EN LAS CLASES DE GEOMETRÍA

Por medio de las tareas de conceptualización, investigación y demostración que se propongan a los alumnos/as, las habilidades básicas por desarrollar en las clases de Geometría son:

- ❖ Visuales
- ❖ De comunicación
- ❖ De dibujo
- ❖ Lógicas o de razonamiento
- ❖ De aplicación o transferencia.

En las diferentes actividades que se plantean a los alumnos estas habilidades no se dan por separado, generalmente están presentes dos o más; no obstante, aquí nos centraremos a modo de ejemplo en el desarrollo de las habilidades visuales.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

2.1. Las habilidades visuales en el aprendizaje de la geometría.

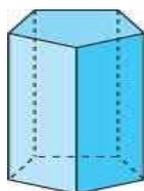
En relación con la enseñanza de las Matemáticas, la visualización es una actividad del razonamiento o proceso cognitivo basada en el uso de elementos visuales o espaciales, tanto mentales como físicos, utilizados para resolver problemas o probar propiedades.

La Geometría es una disciplina eminentemente visual. En un principio, los conceptos geométricos son reconocidos y comprendidos a través de la visualización. Por ejemplo, el primer contacto que el alumno tiene con la idea de triángulo es mediante su visualización. Como ya se mencionó, es importante que los triángulos se exploren de las maneras más diversas para que el alumno sea capaz de discernir, poco a poco, lo que es inherente al concepto de triángulo (polígono que tiene tres lados) y lo que no lo es (posición, color, material del que está hecho).

Cabe aclarar que, si bien la habilidad de visualización es un primer acercamiento a los objetos geométricos, no podemos aprender la Geometría sólo viendo una figura u otro objeto geométrico. La generalización de las propiedades o la clasificación de las figuras no puede darse a partir únicamente de la percepción. Es necesario que el alumno se enfrente a diversas situaciones donde los conocimientos adquieran sentido, por ejemplo, a través de las construcciones geométricas, en las que se puede variar el tipo de información que se les da.

Desarrollar la habilidad de visualización es muy importante en Geometría; es posible que al resolver un problema los estudiantes tengan dificultades debido a que no logran estructurar lo que observan o lo estructuran de una manera que no lleva a la solución del problema o no facilita demostrar cierta propiedad. Las configuraciones geométricas generalmente pueden visualizarse de varias maneras y es importante que esto se trabaje con los alumnos.

La habilidad de visualización está muy relacionada con la imaginación espacial: la visualización puede ser en la mente. Por ejemplo, es importante que los alumnos aprendan a interpretar la representación plana de un cuerpo de tres dimensiones:





ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

En el prisma anterior algunas de las aristas están representadas con líneas punteadas, esto significa que se está suponiendo que el cuerpo es transparente y que esas aristas realmente están detrás de las aristas trazadas en líneas continuas. Al visualizar esta imagen se espera que el alumno comprenda que se trata de un cuerpo que tiene tres dimensiones.

2.1.1 Actividades para potenciar las habilidades visuales para el aprendizaje de la geometría.

Existe amplia documentación que insiste en la importancia que la visualización juega en el proceso de aprendizaje así como en el propio rendimiento académico de los alumnos.

Lógicamente, no es condición suficiente ni tampoco la única capacidad que entra en juego para poder obtener el éxito académico. Sin embargo, si es cierto que una deficiente capacidad de visualización puede interferir en el propio aprendizaje, e incluso, en un rendimiento académico inferior a las posibilidades reales del alumno.

Por tanto, con la finalidad de orientar y facilitar el proceso de ayuda y refuerzo que la familia puede desarrollar en casa, ofrecemos algunas pautas y actividades que permiten trabajar y potenciar esta capacidad visual.

Algunas pautas que pueden resultar útiles a la hora de trabajar la habilidad visual en el aula son:

- ❖ Presentarlo siempre como un juego. En ocasiones podemos jugar con ellos para que se motiven aún más.
- ❖ Utilizar actividades variadas en cada momento para no permitir la fatiga y el aburrimiento.
- ❖ Practicar dos o tres veces por semana y no más de 15 min. (no más de 1 ó 2 fichas o actividades).
- ❖ Los mejores momentos para practicar en casa son, o bien antes de empezar, o cuando los niños ya llevan un tiempo realizando las tareas escolares (por ejemplo para cambiar de actividad o tema). No es conveniente dejarlo para el final pues la fatiga se habrá acumulado y no resultará efectivo.
- ❖ Es importante no facilitar en exceso la actividad o la tarea, es decir, ayudar sólo cuando sea necesario.

No se le deben señalar los errores sino más bien facilitar que el niño realice otra vez el proceso, el fin es que sea él mismo quien descubra los errores y por tanto la forma de no repetirlos.

**INNOVACIÓN
Y
EXPERIENCIAS
EDUCATIVAS**

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

Entre todas las actividades o tareas que se podrían realizar, les sugiero aquellas que potencian los siguientes ámbitos de la destreza visual:

A) Asociación visual

Es una tarea que consiste en sustituir, asociar o relacionar con flechas, unos símbolos con otros. Es una actividad muy mecánica, que exige sobre todo concentración, ritmo de trabajo y persistencia al seguir una instrucción dada (resistencia a la fatiga).



B) Percepción de diferencias

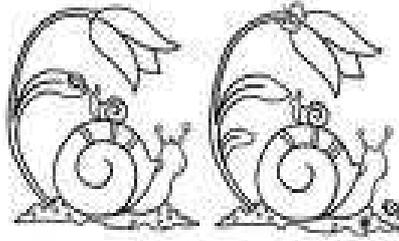
El análisis de dos dibujos aparentemente iguales exige del niño una capacidad de atención y un método en su análisis y observación.

Es una actividad que se puede plantear a partir de los 4-5 años a no ser que sean elementos muy evidentes. Para ello se sugieren las siguientes pautas:

- ❖ Visión general de la ilustración.
- ❖ Comparación por partes: visión parcial de una ilustración e inmediatamente comparar la misma porción o parte con la otra ilustración.
- ❖ Seguir rastreando con la vista las partes de la ilustración siguiendo un orden establecido. Por ejemplo, de derecha a izquierda, de arriba hacia abajo.
- ❖ Señalar con una marca (una cruz o una raya) cada diferencia (ausencia de detalle) que se encuentre.
- ❖ Hacer un recuento final para asegurarse de que se han encontrado todas las diferencias.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010



C) Integración visual

El niño debe completar una imagen o un dibujo que está parcialmente borrado. Por tanto, debe tener clara la imagen mental del objeto para poder hallar el elemento que falta. Es una actividad que no presenta dificultad de comprensión o elaboración pero que, como en las otras actividades de esta área, requiere de una capacidad de atención y un método de análisis para evitar respuestas no analíticas.

Las repercusiones en el aprendizaje son claras ya que en muchos momentos se va a exigir al niño el análisis de un texto y la constatación de pequeños detalles que serán valorados (tildes, diéresis,...) debiendo recordar, reproducir o diferenciar una palabra por estos detalles.



D) Identificar aciertos y errores

Son actividades en las que el niño debe analizar ordenadamente todos los detalles que se le plantean para poder identificar aquellos elementos que no son correctos. Su repercusión en los aprendizajes es clara, ya que el niño en muchos momentos debe corregir errores que comete él mismo o los demás. Se sugieren las siguientes pautas:



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

Ej.: Se ponen unas operaciones con el resultado reflejado.

- ❖ Hacer el cálculo de cada una de las operaciones y comparar el resultado con el que aparece impreso.
- ❖ Rectificar cuando se detecte el error.
- ❖ Verbalizar en qué consiste el error.

Ej.: A partir de una copia o un dictado:

- ❖ Formar frases con la palabra escrita correctamente.
- ❖ Corregir textos en el cuaderno de trabajo habitual del alumno/a.

E) Agudeza visual

El niño debe encontrar todos aquellos elementos iguales a los propuestos (letras, sílabas, palabras, números, dibujos,...), de entre un conjunto de ellos que son perceptualmente similares y que, actuando impulsivamente, inducen al error en las tareas escolares habituales.

Es evidente que desde el inicio de la escolaridad se le pide al niño el reconocimiento de letras, números, etc. en un contexto donde hay otros parecidos pero diferentes. Se sugieren las siguientes pautas:

- ❖ Reconocer visualmente el modelo con detenimiento.
- ❖ Analizar uno a uno los elementos y compararlos con el modelo.
- ❖ Señalar los que son iguales al modelo (puede haber más de uno).



F) Laberintos



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

En la actividad de seguir un laberinto con el lápiz confluyen habilidades grafomotrices y atencionales. Es una actividad clásica de atención en la que se

debe discriminar cuál es el itinerario a seguir sin ningún "tropiezo". Para todo ello, se sugiere:

- ❖ Visión general/ global de la tarea.
- ❖ Inicio de la misma verbalizando la trayectoria. Por ejemplo: "voy bien", "así", "con cuidado", "ahora a la izquierda para no tropezar", etc.
- ❖ Rectificar si se produce algún error en el itinerario.

Estas actividades suponen, a su vez, un esfuerzo de orientación espacial por parte del alumno, de re-situación constante en las coordenadas arriba-abajo y derecha-izquierda.

G) Seguimiento visual.

Ejercita la capacidad para seguir la dirección de las líneas que se encuentran "entrelazadas" unas con otras y que conducen desde un punto a otro.

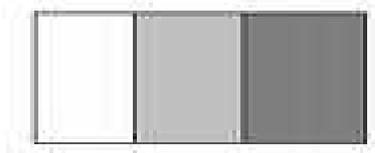
En los casos de dificultad es aconsejable el apoyo del seguimiento de la dirección con el dedo o con el lápiz y, una vez identificada la "ruta" correcta, trazar con rotulador el camino de la trayectoria localizada.

H) Figura - fondo

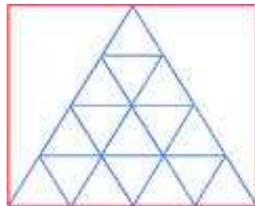
Ejercicios para colorear determinadas partes de un dibujo o forma para que de este modo emerja una figura respecto del fondo blanco (sin colorear). Un ejemplo es el de los dibujos que están segmentados en diferentes partes, cada una con unos números. De este modo, todos los trozos que tienen el nº 1 deben colorearse de rojo, las que tienen el nº 2 de verde, etc. Finalmente, aparecerá de entre un montón de líneas el dibujo de un objeto, un animal, etc.

Otro tipo de actividades que podrían llevarse a cabo empleando para ello figuras geométricas son las que expongo a continuación:

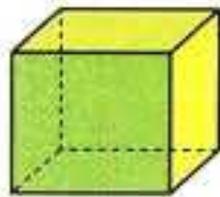
1. Trabaje su habilidad visual contando el número de rectángulos del siguiente dibujo. ¡Cuidado, son más de 4!



2. ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura? ¡Cuidado, son más de 17!



3. ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene un cubo?





ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 36 – NOVIEMBRE DE 2010

BIBLIOGRAFÍA

Castro, E. (2001). *Didáctica de las matemáticas en la EP*. Madrid: Síntesis

Godino J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: Proyecto Edumat-maestros.

Autoría

- Nombre y Apellidos: FRANCISCO JAVIER GUERRERO JOSÉ
- Centro, localidad, provincia: CSIF - CADIZ
- E-mail: mellijavi@hotmail.com